

問題

サイコロを n 回投げて、 xy 平面上の点 P_1, \dots, P_n を次の規則(a),(b)によって定める

(a) $P_0 = (0, 0)$

(b) $1 \leq k \leq n$ のとき、 k 回目に出た目の数が1なら軸の正の向きに、2なら y 軸の正の向きに、3なら x 軸の負の向きに、4なら y 軸の負の向きに $\left(\frac{1}{2}\right)^k$ だけ動かした点を

P_k とする。5,6が出た場合は $P_{k-1} = P_k$ とする。

このとき次の問いに答えよ。

(1) P_n が x 軸にあれば、 P_0, P_1, \dots, P_{n-1} もすべて x 軸上にあることを示せ。

(2) P_n が第1象限 $\{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$ にある確率を求めよ。