

完全順列 (Derangement)

完全順列 (かんぜんじゅんれつ、英 Derangement)、もしくは攪乱順列 (かくらんじゅんれつ) とは、整数 $1, 2, 3, \dots, n$ を要素とする順列において、 i 番目 ($i \leq n$) が i でない順列である。

(出典: Wikipedia)

漸化式は、講義で説明した通り、

$$D_{n+1} = n(D_n + D_{n-1}) \quad , \quad n \geq 2$$

であることは覚えておくとよい。(というよりは、公式の導入方法を覚えよう！)

ちなみに、

$$(D_1 = 0,) \quad D_2 = 1, \quad D_3 = 2, \quad D_4 = 9, \quad D_5 = 44, \quad D_6 = 265, \quad D_7 = 1854$$

である。

$$D_3 = 2$$

	①	②	③
1	3	1	2
2	2	3	1

$$D_4 = 9$$

	①	②	③	④
1	2	1	4	3
2	4	1	2	3
3	3	1	4	2
4	3	4	1	2
5	4	3	1	2
6	2	4	1	3
7	4	3	2	1
8	3	4	2	1
9	2	3	4	1

$$D_5 = 44$$

	①	②	③	④	⑤
1	2	1	4	5	3
2	2	1	5	3	4
3	3	1	2	5	4
4	5	1	2	3	4
5	4	1	2	5	3
6	4	1	5	2	3
7	5	1	4	2	3
8	3	1	5	2	4
9	5	1	4	3	2
10	4	1	5	3	2
11	3	1	4	5	2
12	3	4	1	5	2
13	3	5	1	2	4
14	2	3	1	5	4
15	5	3	1	2	4
16	4	3	1	5	2
17	4	5	1	3	2
18	5	4	1	3	2
19	2	5	1	3	4
20	5	4	1	2	3
21	4	5	1	2	3
22	2	4	1	5	3
23	4	3	5	1	2
24	4	5	2	1	3
25	2	4	5	1	3
26	5	4	2	1	3
27	3	4	5	1	2
28	3	5	4	1	2
29	5	3	4	1	2
30	2	5	4	1	3
31	5	3	2	1	4
32	3	5	2	1	4
33	2	3	5	1	4
34	5	3	4	2	1
35	5	4	2	3	1
36	2	5	4	3	1
37	4	5	2	3	1
38	3	5	4	2	1
39	3	4	5	2	1
40	4	3	5	2	1
41	2	4	5	3	1
42	4	3	2	5	1
43	3	4	2	5	1
44	2	3	4	5	1