

07:14~13:53あたりの式変形に関して、より簡単なやり方を紹介する。始まりの式は、07:14あたりの板書にある、

$$\bar{v} = \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} \quad (1)$$

である。^{*1}

さて、今おもむくに $\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ というベクトルについて考える。スカラー倍の定義から、このベクトルは「ベクトル $\Delta \mathbf{r}$ の向きをそのままに、長さを $\frac{1}{\Delta t}$ 倍したベクトル」である。すなわち

「ベクトル $\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ の長さは、 $\Delta \mathbf{r}$ の長さの $\frac{1}{\Delta t}$ 」

という主張が成り立つ。この文章をそのまま式にすれば、

$$\left| \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right| = \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} \quad (2)$$

式(1)と見比べれば、この右辺はそのまま \bar{v} に等しい。よって、

$$\bar{v} = \left| \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right| \quad (3)$$

を得る。

ところで、この右辺の(さっきから出ている)ベクトル $\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ は、前回の動画(「1-6 ベクトルとしての速度(2)」の04:00あたり)で定義した「平均の速度」ベクトル $\bar{\mathbf{v}}$ に等しい^{*2}。こうして、13:53あたりの板書にある式：

$$\bar{v} = |\bar{\mathbf{v}}| \quad (4)$$

が得られた。(おわり！)

^{*1} これを、13:53あたりの板書にある、

$$\bar{v} = |\bar{\mathbf{v}}|$$

へ持っていくのが目標だ。

^{*2} あのとときは $\frac{1}{\Delta t} \Delta \mathbf{r}$ と書いていたが、同じ意味である。