

初項 a_1 と次の漸化式で数列 $\{a_n\}$ を定める。

$$a_{n+1} = (2 - \beta - a_n)a_n \quad (n=1, 2, \dots)$$

ただし、実数 β は $0 < \beta < 1$ を満たす定数とする。

- (1) $0 < a_1 < 1$ ならば、すべての自然数 n に対して、 $0 < a_n < 1$ が成り立つことを示せ。
- (2) $0 < a_1 < 1 - \beta$ ならば、すべての自然数 n に対して、 $0 < a_n < 1 - \beta$ かつ $a_n < a_{n+1}$ が成り立つことを示せ。

(岐阜大・改)