

問題

自然数 n に対して、 $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$ とする。

(1) I_1 を求めよ。また、 $I_n + I_{n+1}$ を n で表せ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ を求めよ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} = \log 2$ を示せ。