

練習問題

$f(x) = x^2$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ .

解

導関数とは , 与えられた数 x を , f の x における微分係数に対応させる関数のことであった . よって , f の導関数を求めよと言われたら , 単に各点 x における微分係数を求めればよい .

すなわち微分係数の定義に従えば ,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (1)$$

である . ここに $f(x) = x^2$ を代入すれば ,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2xh + h^2) - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) \\ &= 2x. \end{aligned}$$

故に答えは

$$f'(x) = 2x.$$