

今回動画で力学的エネルギー保存則を使って解いたのと同じ例題を、運動方程式で解く方法をご紹介しますので、動画内での解き方と比べてみてほしい。

まず、問題文を改めて書いておく。

問

質量 m の物体を、高さ h のビルの屋上から静かに（初速 0 で）落とした。物体が地面に達する直前の速度 v を求めよ。

（ただし空気抵抗は無視できるとする）

また、解答に入る前に、使う式を列挙しておこう。いずれも高校物理の教科書に必ず載っている式であるし、授業内でも用いた。

まず、運動の法則（ニュートンの運動方程式）:

$$F = ma \quad (1)$$

ただし、 F :物体にはたらく力 [N]、 m :物体の質量 [kg]、 a :物体の加速度 [m/s^2]。

そして、等加速度直線運動の公式*1:

$$2ax = v^2 - v_0^2 \quad (2)$$

ただし、 x :時刻 $t=0$ から t までの物体の変位*2 [m]、 v :時刻 t (現在)における物体の速度、 v_0 :初速 ($t=0$ における速度)、 a :加速度 [m/s^2]。

解

それでは解答に入ろう。まずは運動方程式を立て、物体の加速度を求めなければならない。今物体にはたらく力は重力 mg [N] (g :重力加速度 [m/s^2]) のみだから、

$$F = mg. \quad (3)$$

これを運動の法則 (1) に代入すれば、

$$ma = mg \quad (4)$$

従って

$$a = g \quad (5)$$

を得る。よって物体の加速度は常に g という一定値だから、等加速度直線運動の公式 (2) が使える。(2) に (5) を代入し、変位 x をビルの高さ h で置き換えれば、公式中の v はそのまま求める速度になる。その際問題文より初速 0 なので $v_0 = 0$ とし、

$$2gh = v^2. \quad (6)$$

あとはこれを v について解けばよいのだが、我々が求めたいのは速さであり、速さは負にならないから

$$v = \sqrt{2gh} \quad (7)$$

*1 正確には、そう呼ばれている式のうちの一つ。「2.2.2 運動エネルギーと仕事」の授業で導出したので、詳しくはそちらを参照のこと。

*2 「移動距離」のようなもの。ただし、軸の向きへの移動ならプラス、逆向きならマイナスという風に、符号で向きを区別する。

となる。

どうだろう，運動方程式を解かなければならなかったところが若干手間だったと思う。また，公式 (2) はあまり頻繁には使わないので，暗記していない人もいるだろう。それを一々導出していると，さらに手間が増える。その点，力学的エネルギー保存則を使った方が少々楽である。もちろん，試験でどちらを使うかは個人の自由だが。