

さいころを最大 5 回まで投げ、目の出方に応じてポイントを得る次のゲームを D さんが行う。D さんは最初 a ポイントをもっている。

さいころを投げて、5 または 6 の目が出る事象を A とする。事象 A が初めて起こった時点では 1 ポイントを得て引き続きゲームを続行し、2 度目に事象 A が起これば、2 ポイントが加算されて合計 3 ポイントを得て、その時点でゲームを終了する。なお、さいころを 5 回投げて、事象 A が一度しか起こらない場合には、1 度目に得た 1 ポイントのままで終了する。もし 5 回投げて、事象 A が一度も起こらない場合には、あらかじめ定めた m ポイントが減点されて終了する。ただし、 a と m は自然数で、 $a \geq m$ とする。

このゲームが終了した時点での D さんのもつポイント数を確率変数 X とする。

(1) $X = a + 1$ となる確率は $\frac{\text{アイ}}{243}$ である。

(2) ちょうど 4 回目でゲームが終了する確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エオ}}$ であり、終了する時点が 4

回目または 5 回目となる確率は $\frac{\text{カキ}}{\text{クケ}}$ である。

(3) 3 回目までに一度も事象 A が起こらない確率は $\frac{\text{コ}}{\text{サシ}}$ である。

また、3 回目までに一度も事象 A が起こらないとき、 $X > a$ となる条件付き確率は

$\frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ である。

(4) 確率変数 X の平均(期待値)は、 $E(X) = a + \frac{\text{ソタチ}}{243} - \frac{\text{ツテ}}{243} m$ で、 $E(X) > a$

となるような最大の自然数 m は トナ である。