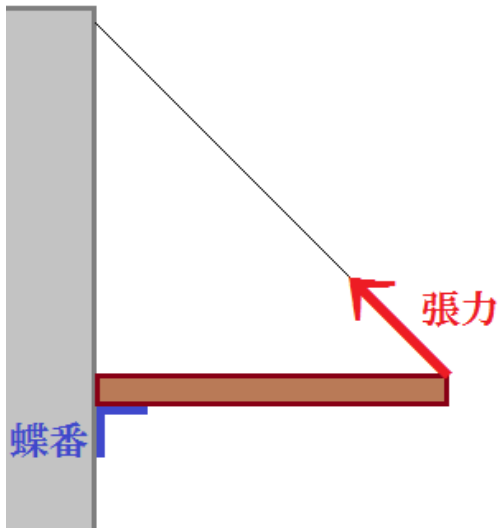


9. 力のモーメント

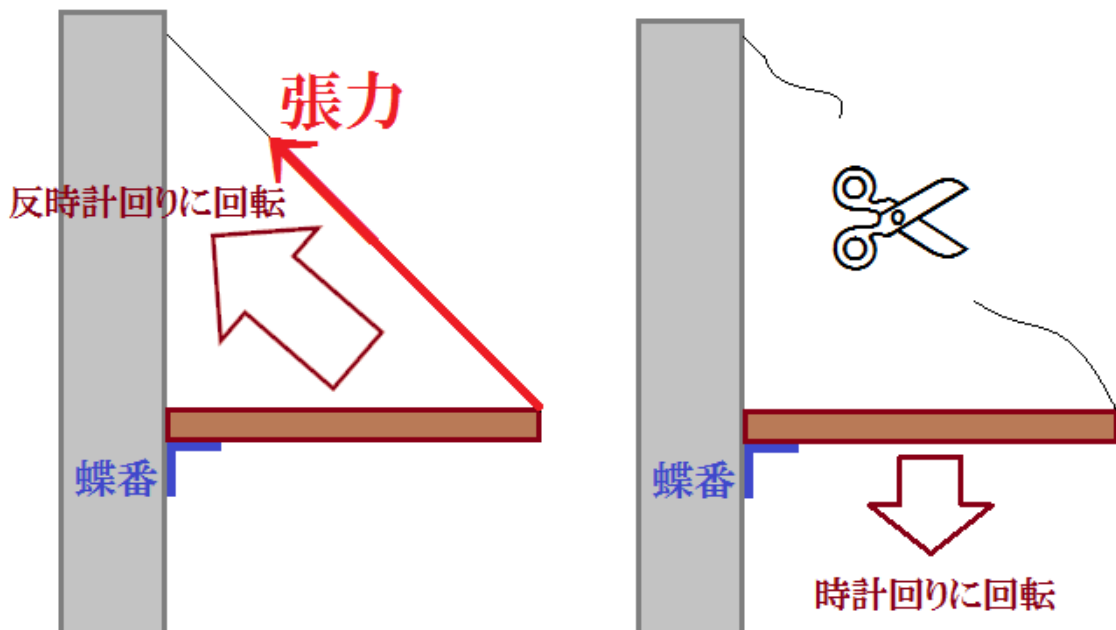
「力のモーメント」とは、「物体の回りやすさ」、「物体の回しやすさ」…といった「回転能力」を示す物理量である。



例えば左図のように、質量 $m[\text{kg}]$ の細い一様な剛体棒（質量と大きさを持つ堅い物質）の一端を、鉛直な壁に蝶番でとめ、他端と壁の一点を軽い糸で結んだところ、この剛体はひもとなす角が 45 度、壁となす角が 90 度のときに静止した。

もしこの状態で張力を強くかえたら、この剛体は蝶番を中心に反時計回りに回転するだろう。そして糸を切って張力をなくしてしまえば、時計回りに回ってしまうだろう。

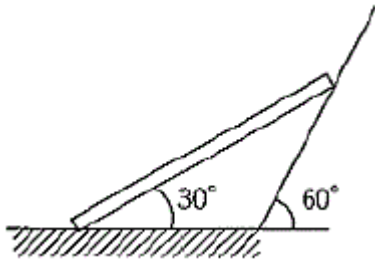
上図のように剛体が静止できているのは、剛体にかかる重力と糸からの張力がつりあっているだけでなく、反時計回りのモーメント(回転能力)と時計回りのモーメント(回転能力)がつりあっているからである。そしてモーメントの支点は回転中心である。



張力を強くかければ反時計回りに回る。

糸を切れば時計回りに回る。

【9-例】 芝浦工業大学 2014 第一問 (ハ)

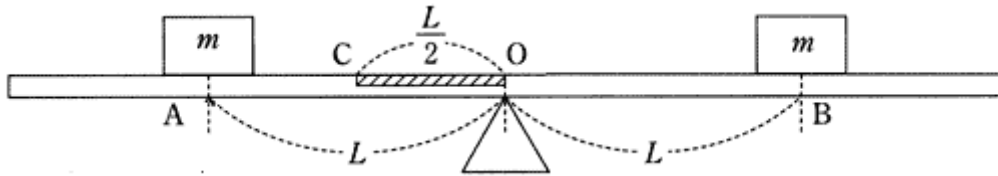


左図のように、静止摩擦係数 0.80 の水平な床面と水平面とのなす角が 60°]の滑らかな摩擦のない斜面があり、そこに $500[\text{g}]$ の一様な細い棒を水平面からの角度 30°]で立てかけたところ静止した。このとき、棒が床面から受ける水平方向の摩擦力の大きさ $[\text{N}]$ を有効数字 2 桁で求めよ。ただし、重力加速度の大きさは $9.8[\text{m/s}^2]$ とする。

- 摩擦力の大きさを知りたいので、まずは剛体 (棒) にかかる力の矢印をすべて描き込む。
- 剛体が静止しているので、「反時計回りのモーメント」と「時計回りのモーメント」は釣りあっている。…摩擦力の大きさが知りたいので、回転中心(支点)は壁に接している点が良い。
- 「モーメントの大きさ」の計算方法に注意。ただ「支点と作用点までの距離」と「剛体にかかる力の大きさ」をかけるだけではいけない。
- 最後に、求めた摩擦力の大きさが最大静止摩擦力よりも小さいことを示せるとなお良い。

【9-1】 広島大学 2007 第一問

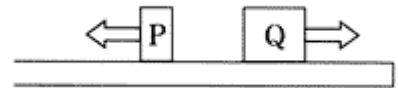
下図のように、水平に置かれた一様な棒の 2 点 A,B 上に質量 m の物体をそれぞれ置いた。2 点 A,B は、支点 O からそれぞれ距離 L の位置にある。棒は十分に長く、厚さは無視でき、さらに物体の大きさに比べて L は十分に大きい。物体と棒 OC 間の動摩擦係数を μ' 、それ以外の部分の摩擦はなく、重力加速度を g として次の問いに答えよ。



問 1 つりあいの状態を保ったまま、B 点にある物体を質量の等しい 2 つの物体 M,N に分けた。このとき 2 物体 M,N の重心の位置は、支点 O からどれだけ離れているか。

問 2 つりあいの状態を保ったまま、物体 M,N の距離 d を次第に大きくしていった。物体 M の支点 O に来たとき、 d の値はいくらか求めよ、

いま、図 1 において、棒上の B 点で静止している物体を破裂させ、質量比 1 : 2 である 2 つの物体 P,Q に分けた。物体 P,Q は破裂によって水平方向(横方向)のみに動くものとする。



問 3 物体 P,Q の水平方向に飛び出す速さ v_P, v_Q の比を求めよ。

問 4 物体 P が支点 O に達するまでの間、棒はどちらに傾くか。理由も含めて説明せよ。

[9-2] 北海道大学 2008 第一問（後期試験）

図 1 のように、質量と太さの無視できる長さ ℓ [m] の棒と、質量の無視できる自然の長さ a [m] でばね係数 k [N/m] のつる巻きばねがあり、水平方向を x 軸、鉛直方向を y 軸とする xy 平面内で運動できる。棒の一端は原点 O に固定され、他の一端には質量 m [kg] の小球がある。棒は原点 O のまわりに滑らかに回転できる。つる巻きばねの一端は点 Q に固定され、他の一端は棒の中点 M に結ばれている。つる巻きばねは点 Q と点 M のまわりに滑らかに回転でき、点 Q と点 M を結ぶつる巻きばねの中心線は常に直線である。

力のモーメントは、すべて原点 O のまわりで考え反時計回りを正とする。重力加速度を g [m/s²]、円周率を π とし、次の問いに答えよ。

問 1 はじめに図 2 のように棒が水平、つる巻きばねが鉛直となるように点 Q を移動し、固定した。小球にはたらく重力による力のモーメント、点 Q の y 座標、つる巻きばねに蓄えられている弾性エネルギー、棒が原点 O から受ける力の大きさをそれぞれ求めよ。

問 2 次に点 Q を移動し、図 1 に示される傾き角 θ と φ の配置にした。棒に働くつる巻きばねの弾性力を F [N] とする。弾性力の x 成分による力のモーメント、弾性力の y 成分による力のモーメントを求めよ。また、弾性力と小球に働く重力による力のモーメントのつりあいの条件から、弾性力の大きさを求めよ。

問 3 再び点 Q を図 2 の状態に戻した。その後小球に小さな力を加え、小球の y 座標を小さく変化させ、 y_0 [m] で静止させた。 y_0 が小さいので、 x 座標の変化は無視でき、つる巻きばねは鉛直とみなせる。このとき、棒に働くつる巻きばねの弾性力の y 成分の変化はいくらか。また、棒を水平とみなせば、力のモーメントのつりあいの条件から、小球に加えた力の y 成分はいくらと計算されるか。それぞれ求めよ。

問 4 小球に加えた力を取り除くと、小球と棒は小さく振動する。小球の y 座標が y_0 のとき、棒の中点 M の y 成分にかかる復元力、小球の y 成分にかかる復元力、単振動する小球の周期はそれぞれいくらか。

