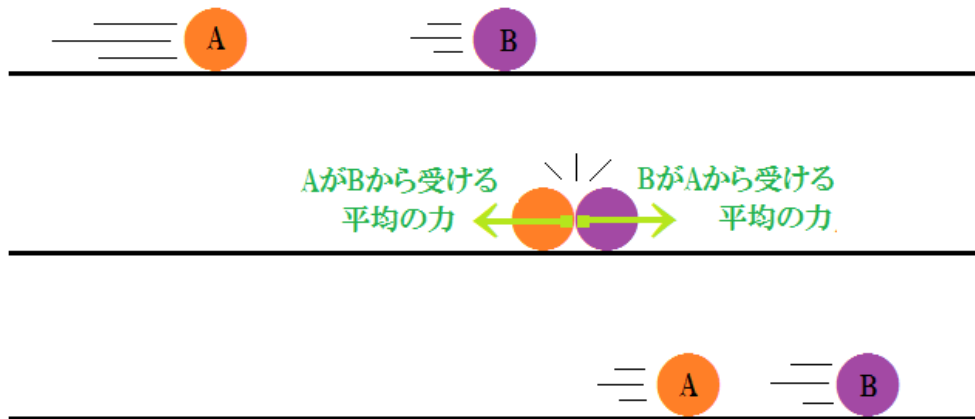


4. 運動量保存則

そもそも、なぜ衝突の問題を考えるうえで運動量保存則が必要なのだろうか…。



滑らかな水平面上を、質量 m_A, m_B [kg]の2つのボールA,Bが、それぞれ速度 v_A, v_B [m/s]で運動している ($v_A > v_B$)。この2つのボールが衝突すると、この2つのボールの間に接触力 F [N]が発生し、その後ボールA,Bはそれぞれ v'_A, v'_B [m/s]となった。

この接触力は互いに作用反作用の関係にある。その平均の大きさを \bar{F} [N]、接触時間を Δt [s]とすると、ボールA,Bには、以下のような関係が成り立つ。

$$\text{ボールA : } m_A v_A - \bar{F} \Delta t = m_A v'_A$$

$$\text{ボールB : } m_B v_B + \bar{F} \Delta t = m_B v'_B$$

上の2式を足し合わせると、下のような式が得られる。

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

(衝突前の2物体の運動量の和) = (衝突後の2物体の運動量の和)

作用反作用の関係にある力(内力)による力積が打ち消されてこの式が導かれた。これより、外からの余計な力を受けなければ、運動量の総和は変化しないということが分かる。これが「運動量保存則」である。

【4-例】 信州大学教育学部 2011 第 1 問

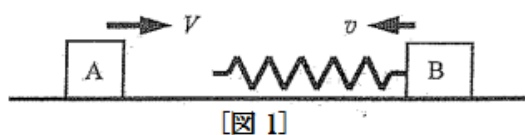
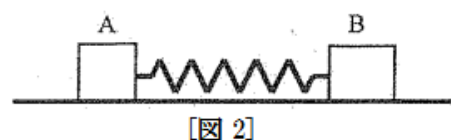


図1のように、摩擦の無視できる水平面上で、質量 M の物体 A に右向きの速度 V を与え、左向きに速度 v で動いている物体 B に正面衝突させる。物体 B には、ばね定数 k の質量の無視できるばねが水平に取り付けられている。以下の問いに答えよ。ただし、力学的エネルギーは保存されるものとする。



問 1 衝突中、ばねの長さが最も短くなったときの物体 A の速さ、および弾性エネルギーを求めよ。

- 物体 A と物体 B はばねを介して衝突しているので運動量保存則の式が必要。
さらにエネルギーも求めるのでエネルギー保存則の式も必要。

問 2 衝突後、ばねが自然長に戻った時の物体 B の速さを求めよ。

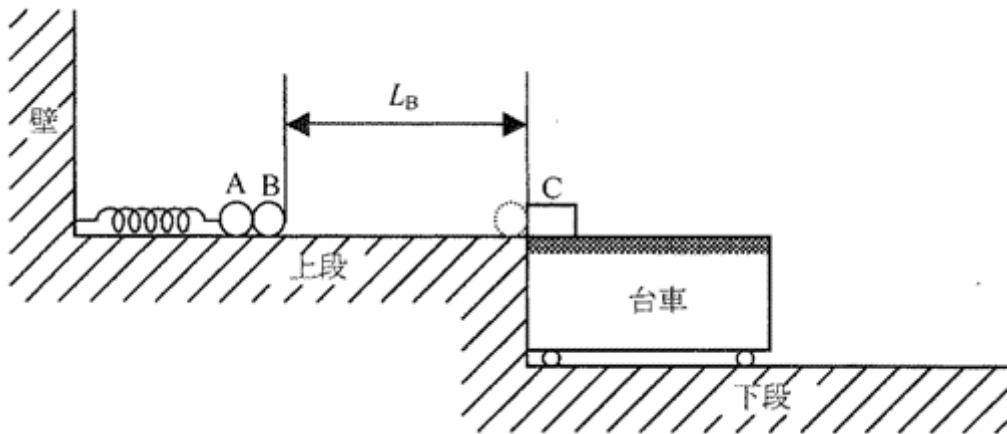
- 運動量は、向きと大きさを持つ「ベクトル量」なので、その向きは正の向き（右向き）に仮定しても構わない（もし計算上この値が負になれば、その物体は左向きに動いていることを意味するため）。これを基に運動量保存則を立式する。
- 力学的エネルギー保存則が成り立つ衝突の問題では、反発係数は 1 であるので…

問 3 次に[図 2]のように、物体 B と反対側のばねの一端に物体 A を取り付け、水平面上でばねを自然の長さから x だけ伸ばして静かに放した。ばねが自然の長さに戻った時の物体 B の速さを求めよ。

- 止まっていた 2 物体がばねの弾性力動くようになったことに注目して運動量保存則を、弾性エネルギーによって 2 物体が速度を持つようになったことに注目して力学的エネルギー保存則を立式する。

【4-1】 横浜国立大学 2010 第 1 問

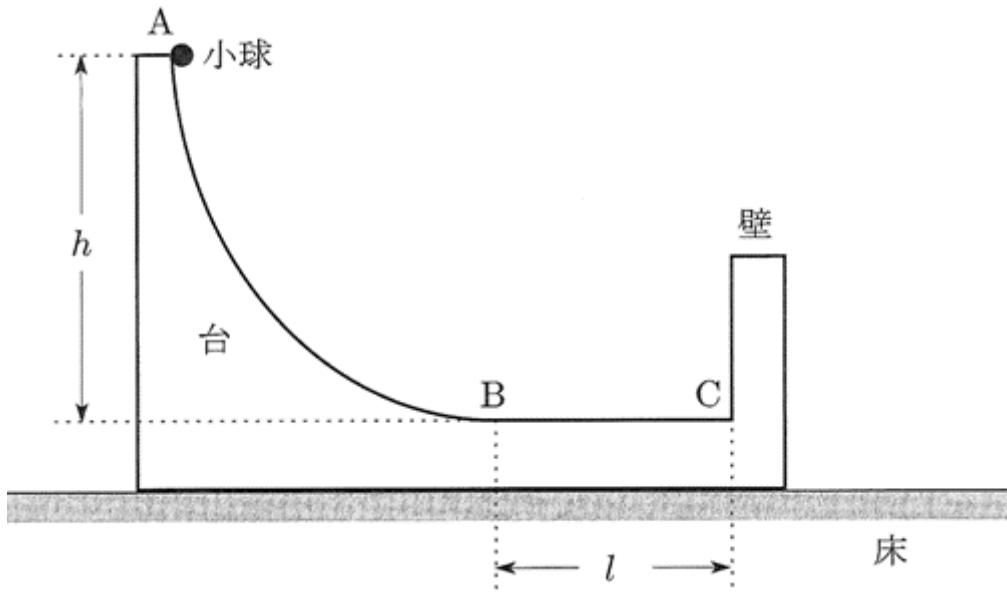
図に示すように、滑らかな水平面上にばね定数 k [N/m]のばねの一端が壁面に固定され、他端に質量 m_A [kg]の物体 A が取り付けられている。ばねが自然長から x_0 [m]だけ縮められた状態に質量 m_B [kg]の物体 B に手で固定した。物体 B の右側 L_B [m]だけ離れた位置に段差がついており、段差に隣接して質量 M [kg]の台車が十分な長さがある下段に置かれている。台車の上面と上段の水平面は同じ高さである。台車の上に、質量 m_C [kg] ($m_C > m_B$) の物体 C が置かれており、物体 C と台車上面との動摩擦係数は μ' である。上段面および下段面の摩擦はなく、物体 A および物体 B と台車は滑らかに運動できるものとする。速度、加速度の向きは右向きを正とし、重力加速度は g [m/s²]とする。以上に挙げた物理量のうち、必要なものを用いて次の問いに答えよ。



- 問 1 物体 B から静かに手を放すと、物体 A と B は一体となって右側に動き始め、ばねが自然長になったときに物体 B は物体 A と離れた。このときの物体 B の速度を求めよ。
- 問 2 物体 C は、物体 B と衝突後に瞬時に右側へ動き始めた。衝突直後の物体 B および物体 C の速度を求めよ。ただし、衝突は完全弾性衝突とする。
- 問 3 物体 C と台車との摩擦により、衝突後に台車も右側に動き出した。この時、下段からみた台車の加速度および台車から見た物体 C の加速度を求めよ。ただし、問 3 で物体 B が物体 C に衝突した後、物体 B は物体 C および台車に影響を及ぼさないとする。
- 問 4 問 4 で物体 C が動き始めてから、時間 t [s]後に台車から見て物体 C は静止した。時間 t を求めよ。

【4-2】 大阪市立大学 2010 第 1 問

下図のように、滑らかな斜面 AB と滑らかな水平面 BC、および鉛直な壁を持った質量 $M[\text{kg}]$ の台が水平な床の上に静止している。斜面 AB と水平面 BC はなめらかにつながっており、BC 間の距離は $l[\text{m}]$ である。いま、水平面 BC からの高さが $h[\text{m}]$ の点 A から質量 $m[\text{kg}]$ の小球を斜面に沿って静かにすべらせる。滑り落ちた小球は、右端の壁に垂直に衝突してはねかえった。小球の運動は図の紙面内に限られ、小球と床との反発係数を e 、重力加速度を $g[\text{m/s}^2]$ として、次の問いに答えよ。また、速さは床に対する速さ、高さは水平面 BC からの高さとする。



問 1 台が床に固定されている場合について、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A からすべり落ちた小球が最初に壁と衝突する直前の速さ $v_1[\text{m/s}]$ を求めよ。
- (2) 小球が最初に壁と衝突した後、小球が到達する最高点の高さ $h_1[\text{m}]$ を求めよ。

問 2 台が滑らかな床の上を自由に動くことができる場合について、以下の問いに答えよ。ただし、台の底面は床から離れないものとする。

- (1) 小球の速度の水平成分の大きさ $v[\text{m/s}]$ と台の速さ $V[\text{m/s}]$ の間には以下の関係式が常に成り立つ。この理由を述べよ。

$$V = \frac{m}{M} v$$

- (2) 点 A から滑り落ちた小球が最初に点 B を通過する瞬間の小球の速さ $v_2[\text{m/s}]$ と台の速さ $V_2[\text{m/s}]$ 、小球が最初に点 B を通過して壁に衝突するまでの時間を各々求めよ。
- (3) 最初の衝突直後の小球の $v_2'[\text{m/s}]$ と台の速さ $V_2'[\text{m/s}]$ を求めよ。